

土破坏新准则的推导与验证

李振泽, 唐晓武

(浙江大学 建工学院岩土所, 杭州 310027)

摘要: 基于 SMP 准则和 Lade 强度准则, 推导出新的无黏性土强度准则表达式, 它较好地反映了单个主应力对滑动面的交叉影响, 而不是仅局限于中主应力的影响。通过与真三轴试验数据的对比, 发现该新准则在 π 平面上与试验数据较为吻合, 优于上述两个传统的强度理论。

关键词: 岩土力学; 强度准则; π 平面; 应力空间

中图分类号: TU 443

文献标识码: A

Deduction and verification of a new strength criterion for soils

LI Zhen-ze, TANG Xiao-wu

(Institute of Geotechnical Engineering, College of Civil Engineer and Architecture, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: A new strength criterion was deduced based on the existed strength criteria for cohesionless soil such as the SMP model and the Lade model. It properly reflects the influence of the single principal stress on the mobile surface instead of just being restricted within the influence of the intermediate principal stress. The new criterion can fit the experimental data obtained by the previous study very well and seems to be superior to the traditional ones.

Key words: geomechanics; strength criteria; π -plane; stress space

1 引言

土的破坏准则常用的是莫尔-库仑准则。在此基础上又衍生出一系列的新形式, 如松冈元的 SMP 准则^[1,2], Lade-Duncan 准则^[3]等。还有众多的模拟试验数据的拟合曲线准则, 如郑颖人^[4]、杨光华、辛克维奇等。其中, 尤以 SMP 准则的物理意义最为明确, 从理论上扩展了莫尔-库仑准则。

但是, 该理论仍不能尽善尽美地描述无黏性土在中主应力影响下的强度特性。如图 1 所示, 丰浦砂的真三轴试验强度数据与 SMP 准则在 b 值较大时存在比较明显的误差。这充分说明, 在空间滑动面强度理论中, 还存在着其他未知的影响因素。

2 一种新的破坏准则

结合主应力空间主应力不变量的特点, 提出如下公式:

$$\frac{I_1 I_3}{I_2^2} = k_f \quad (1)$$

式中: I_1 为第一主应力不变量; I_2 为第二主应力不

变量; I_3 为第三主应力不变量; k_f 为模型参数。将上式展开, 可推导出下式:

$$\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2}{\sigma_1 \sigma_2} \sigma_3 + \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)^2}{\sigma_1 \sigma_3} \sigma_2 + \frac{(\sigma_2 - \sigma_3)^2}{\sigma_2 \sigma_3} \sigma_1 = 2 \left(\frac{1}{k_f} - 3 \right) (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (2)$$

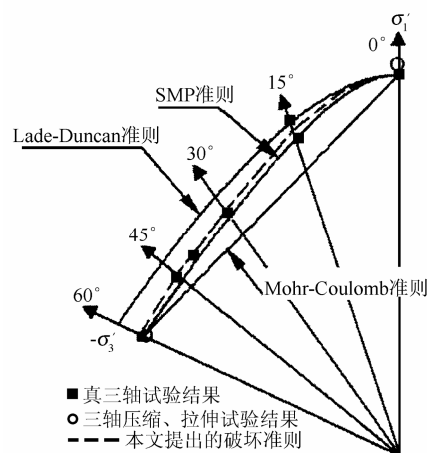


图 1 π 平面上丰浦砂破坏时的应力状态
Fig.1 π -plane stress state of Fengpu sand at broken

式中: σ_1 为大主应力; σ_2 为中主应力; σ_3 为小主应力。

令

$$\left. \begin{aligned} \tan^2 \varphi_{12} &= \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2}{4\sigma_1\sigma_2} \\ \tan^2 \varphi_{13} &= \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)^2}{4\sigma_1\sigma_3} \\ \tan^2 \varphi_{23} &= \frac{(\sigma_2 - \sigma_3)^2}{4\sigma_2\sigma_3} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

则有:

$$\sigma_3 \tan^2 \varphi_{12} + \sigma_2 \tan^2 \varphi_{13} + \sigma_1 \tan^2 \varphi_{23} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{k_f} - 3 \right) (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (4)$$

式(4)与 SMP 滑动面理论有相似之处, 但是此处又考虑了各个主应力对其他应力圆的影响, 即在滑动面上的强度特性不仅仅与滑动面在应力空间中的位置有关, 还考虑了其他主应力对滑动面的影响。

如图 2 所示, 转化之后主轴变成 $\sqrt{\sigma_1}$, $\sqrt{\sigma_2}$, $\sqrt{\sigma_3}$ 。图中 α , β , γ 分别为 I, II, III 轴与由点 A, B, C 所确立的立方体的对角线的夹角。按松冈元的空间滑动面理论, 其中 3 个单一滑动面是各自独立的, 并未考虑第 3 个主应力对该滑动面的影响。在考虑中主应力对空间滑动面影响时, 是通过独立的并未考虑第 3 个主应力影响的单一滑动面的简单加和来确定的。而式(4)则在单一滑动面中考虑了第 3 个主应力的影响。

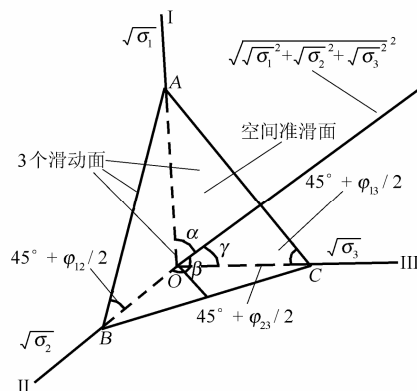


图 2 基于 SMP 模型的空间滑动面示意图

Fig.2 Schematic view of Space Mobile Plane

令

$$\left. \begin{aligned} \cos^2 \alpha &= \frac{\sigma_1}{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3} \\ \cos^2 \beta &= \frac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3} \\ \cos^2 \gamma &= \frac{\sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

则式(4)变成:

$$\cos^2 \gamma \tan^2 \varphi_{12} + \cos^2 \beta \tan^2 \varphi_{13} + \cos^2 \alpha \tan^2 \varphi_{23} = (1/k_f - 3)/2 \quad (6)$$

有式(4)可以推导出:

$$f(p, q, \theta) = \frac{k_f}{27p} q^4 + \frac{2}{27} q^3 \sin 3\theta + \frac{1-2k_f}{3} pq^2 - (1-3k_f)p^3 = 0 \quad (7)$$

令

$$\frac{I_1 I_2}{I_3} = k_1 \quad (\text{SMP 准则}) \quad (8)$$

$$\frac{I_1^3}{I_3} = k_2 \quad (\text{Lade-Duncan 准则}) \quad (9)$$

则

$$k_f = \frac{k_2}{k_1^2} \quad (10)$$

式中: k_1 , k_2 均为模型参数。由式(10)可见, 新准则既具有空间滑动面理论所反映的物理意义, 又体现了 Lade-Duncan 模型源于试验数据的特性。因此, 从某种程度上讲, 该模型弥补了两两者之间在 b 值较大时的差异, 如图 1、图 3 所示。同时, 由于

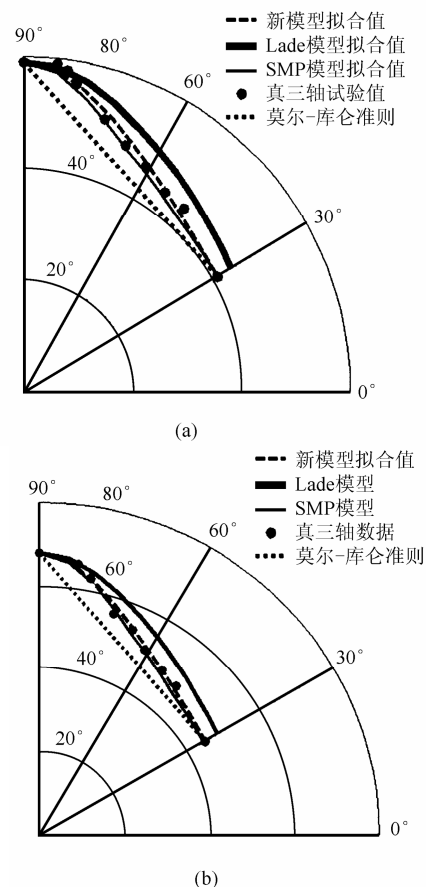


图 3 π 平面上各准则与真三轴试验数据的对比 (Santa Monica Beach Sand)

Fig.3 Comparison of true triaxial experimental data and each strength criterion on π -plane

考虑了其他主应力对单一滑动面的影响,该新模型较好地体现了各主应力对空间滑动面的交叉影响。

3 π 平面轨迹

根据松冈元对丰浦砂所做的真三轴试验数据,在 π 平面拟合出的强度轨线如图1所示,其中, $k_f = 0.3203$ 。图3中真三轴数据取自文献[5]。

图1中折线是表达式(7)在 π 平面上的轨迹。由图中可明显看出,该模型的曲线恰分布在SMP与Lade-Duncan轨迹之间。同时,在 15° 方位该准则轨迹恰好分布在两个试验点之间,在 $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 等方位上与试验值均保持高度一致,此例充分说明该模型的优越性。

孔德志等人^[6]的等效内摩擦角模型与松冈元的SMP模型基本重合,而松冈元的模型在 $\theta_\sigma \in (15^\circ, 60^\circ)$ 与试验值存在一定的误差,Lade模型在伸长试验中估计值过高。总之,在这一试验实例中,本文所提出的模型的确是实测数据最为接近的。

常数 k_f 对 π 平面强度轨线的影响如图4所示。伴随 k_f 由小增大,曲线逐渐由外向内收缩,且曲率越来越小,曲线越来越光滑、弯曲,与Lade、SMP模型相一致,其向外延伸直至一等边三角形。

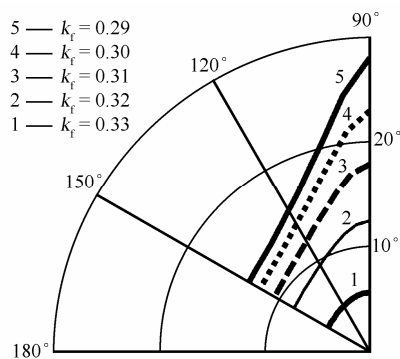


图4 k_f 值对新模型在 π 平面轨迹的影响 ($I_1=50$)

Fig.4 The influence of k_f on the curves of new model on π -plane

当 $k_f < 1/4$ 时,曲线在 π 平面的轨迹就会变得较为复杂。如图5所示。 k_f 越小,其轨迹越趋近于一圆形,可近似模拟Mises破坏准则。这个模型的特点与上述的Lade或是SMP模型均不同,因为上述两者均是在 k_f 较小时,曲线趋于圆形,且圆半径很小,趋于圆心附近。该新模型在 k_f 趋近 $1/3$ 时,轨迹接近于圆形,且在 k_f 趋近于较小的负值时,其 π 平面轨迹仍然可以趋近于圆形,且剪应力与第一球应力不变量相接近,与金属材料的强度准则可以有

机的结合起来。

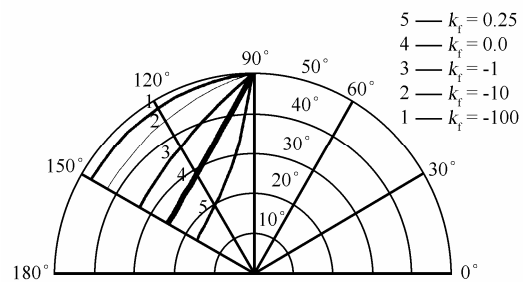


图5 新准则 π 平面轨迹随 k_f 值变化趋势 ($I_1=50$)

Fig.5 The influence of k_f on the curves of new model on π -plane

4 结 论

基于SMP理论和Lade破坏准则,将砂土的破坏准则进行了优化。在上述表达式的基础上,推导出一个新的强度准则,其表达式比较简单。由于考虑了其他主应力对单一滑动面的影响,该新模型较好地体现了各主应力对空间滑动面的交叉影响。

新模型在 π 平面上的轨迹与丰浦砂的真三轴试验数据拟合较为吻合。同时取其他几组真三轴试验数据进行验证,新模型与数据吻合也较好。经过与SMP理论和Lade破坏准则两个模型的对比探讨,表明该新准则优于准空间滑动面准则和Lade准则。

参 考 文 献

- [1] 松冈元. 土力学[M]. 罗汀, 姚仰平编译. 北京: 中国水利水电出版社, 2001.
 - [2] Matsuoka H. Stress-strain behavior of unsaturated soil in true triaxial tests[J]. *Canadian Geotechnical Journal* 2002, 39(3): 608—619.
 - [3] 李广信. 高等土力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
 - [4] 郑颖人, 沈珠江, 龚晓南. 岩土塑性力学[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2004.
 - [5] Poul V Lade. Analysis of shear banding in true triaxial tests on sand[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2001, 127 (8): 762—768.
 - [6] 孔德志, 朱俊高. 无黏性土的一种破坏准则[J]. 岩土力学, 2005, 26 (1): 101—104.
- KONG De-zhi, ZHU Jun-gao. A failure criterion of cohesionless soils[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2005, 26(1): 101—105.